

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»



«Утверждаю»

Проректор по учебной и методической
деятельности


Н.В. Кармазина

ПРОГРАММА

**вступительного испытания для поступления на обучение
по образовательной программе высшего образования – программе магистратуры
по направлению подготовки**

01.04.01 Математика

Разработчики программы:

1. Муратов М.А., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ имени В.И. Вернадского».
2. Орлов И.В., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой алгебры и функционального анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ имени В.И. Вернадского».
3. Лукьянова Е.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и функционального анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ имени В.И. Вернадского».
4. Пашкова Ю.С., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ имени В.И. Вернадского».
5. Смирнова С.И., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ имени В.И. Вернадского».

Пояснительная записка

Целью вступительного испытания является оценка базовых знаний, поступающих в магистратуру с точки зрения их достаточности для освоения образовательной программы по направлению 01.04.01 Математика.

Задачи вступительного испытания:

- оценить знание основных понятий, формулировок теорем и базовых методов решения задач предметных областей, входящих в программу экзамена;
- выяснить владение навыками проведения доказательств, вычислений и преобразований;
- определить умение применять основной аппарат фундаментальных и прикладных математических теорий к решению разнообразных теоретических и практических задач в области математики;
- оценить степень сформированности компетенций, значимых для успешного обучения в магистратуре по указанной программе.

Форма проведения вступительного испытания – междисциплинарный экзамен в форме компьютерного тестирования.

Результаты вступительного испытания оцениваются по 100-балльной шкале.

Содержание программы

• Аналитическая геометрия

Элементы векторной алгебры. Определение понятия вектора, модуля вектора. Линейные операции над векторами, свойства операций. Линейная комбинация векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Единственность разложения вектора по трем не компланарным векторам. Деление отрезка в заданном отношении. Необходимое и достаточное условие коллинеарности трёх точек. Аффинная система координат. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Применение скалярного произведения. Векторное произведение. Свойства векторного произведения. Доказательство свойств векторного произведения. Векторное произведение в прямоугольной декартовой системе координат. Смешанное произведение трёх векторов. Геометрическая интерпретация смешанного произведения. Свойства смешанного произведения. Смешанное произведение в прямоугольной декартовой системе координат. Объём тетраэдра.

Прямая и плоскость в пространстве. Теорема о задании плоскости в пространстве. Общее уравнение. Вектор нормали. Неполное уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Параметрические уравнения плоскости. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости. Пучок плоскостей. Прямая в пространстве. Направляющий вектор прямой. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения прямой. Взаимное положение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой.

Кривые 2-го порядка на плоскости, поверхности 2-го порядка в пространстве. Эллипс. Фокус, фокальные радиус-векторы точки, лежащей на эллипсе. Каноническое уравнение эллипса. Форма эллипса. Эллипс, как результат сжатия окружности. Параметрические уравнения эллипса. Способы построения эллипса. Эксцентриситет, директрисы эллипса. Касательная к эллипсу. Площадь эллипса. Пересечение эллипса с прямой. Необходимое и достаточное условие касания прямой эллипсом. Сопряженные диаметры эллипса. Теорема Аполония I. Теорема Аполония II. Оптические свойства эллипса. Гипербола. Определение. Каноническое уравнение гиперболы. Форма гиперболы. Действительная и мнимая полуоси гиперболы. Асимптота кривой. Длины фокальных радиус-векторов точки, лежащей на гиперболе. Директрисы гиперболы. Пересечение гиперболы с прямой. Касательная к гиперболе, проходящая через точку M , лежащую на ней. Условие касания прямой с гиперболой. Сопряженные диаметры гиперболы. Координаты концов сопряженных диаметров гиперболы. Теорема Аполония I. Теорема Аполония II. Оптическое свойство гиперболы. Каноническое уравнение параболы. Форма параболы.

Касательная к параболе, проходящая через точку M , лежащую на ней. Условие касания прямой с параболой. Диаметр параболы, сопряжённый заданному направлению. Оптические свойства параболы. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Дифференциальная геометрия и топология

Теория кривых. Понятие кривой. Способы аналитического задания кривой. Вопросы теории кривых, связанные с понятием соприкосновения: касательная кривой, длина дуги кривой, естественная параметризация кривой, репер Френе, соприкосновение кривых, огибающая семейства кривых, зависящих от одного параметра. Вопросы теории кривых, связанные с понятием кривизны и кручения: кривизна и кручение, формулы Френе, натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента плоской кривой.

Теория поверхностей. Понятие поверхности, ее аналитическое задание. Основные понятия, связанные с понятием соприкосновения: касательная плоскость поверхности, огибающая семейства плоскостей, зависящих от одного параметра. Первая квадратичная форма поверхности и связанные с ней вопросы теории поверхностей: первая квадратичная форма поверхности, конформное отображение, изометричные поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности и связанные с ней вопросы теории поверхностей: вторая квадратичная форма, кривизна кривой, лежащей на поверхности, теорема Менье, индикатриса кривизны, классификация точек поверхности, асимптотические направления, сопряженные направления и сопряженные сети, главные направления, теорема Родрига, линии кривизны, формула Эйлера, средняя и гауссова кривизны поверхности. Формулы вычисления средней и гауссовой кривизны, теорема Гаусса, линейчатые поверхности, поверхности вращения. Основные уравнения теории поверхностей: деривационные формулы, формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци, теорема Бонне. Внутренняя геометрия поверхностей: геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии, кратчайшая на поверхности, теорема Гаусса – Бонне, поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Линейная алгебра

Определители. Определители n -го порядка, их свойства и методы вычисления: разложение по элементам строки (столбца), сведение к треугольному виду, метод рекуррентных соотношений, разложение определителя в сумму определителей, определитель Вандермонда и сводящиеся к нему определители. Теорема Лапласа и ее применение.

Исследование систем линейных уравнений. Ранг матрицы и способы его вычисления: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Исследование систем линейных уравнений общего вида.

Системы линейных однородных уравнений. Линейное подпространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений (ФСР СЛОУ). Теорема о существовании ФСР СЛОУ и количестве решений в фундаментальной системе решений системы линейных однородных уравнений.

Теория делимости многочленов. Кольцо многочленов. Свойства отношения делимости в кольце многочленов. Теорема о делении с остатком для многочленов. Алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель многочленов. Свойства наибольшего общего делителя. Взаимно простые многочлены и их свойства.

Корни многочлена. Понятие корня многочлена. Кратные корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Целые корни многочленов. Рациональные корни многочленов. Формулы Виета. Производная многочлена. Ряд Тейлора. Связь между кратными корнями многочлена и корнями его производных. Неприводимые многочлены. Вид неприводимых многочленов над полем действительных и полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры.

Спектр матрицы. Подобие матриц. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Собственные подпространства матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Подобие матриц. Теорема о диагонализуемости матрицы. Матрицы простой структуры. Матрица Жордана. Теорема о подобии числовых матриц матрице Жордана.

Нормальные матрицы. Унитарная эквивалентность матриц. Теорема Шура об унитарной триангуляции. Спектральная теорема для нормальных матриц. Свойства собственных подпространств нормальных матриц.

Спектральные свойства некоторых классов матриц. Спектральные теоремы для унитарных, эрмитовых, ортогональных матриц. Понятие унитарного и ортогонального подобия. Теорема Шура-Тёплица. Теорема Гамильтона-Кели.

Линейные пространства. Линейные комбинации и оболочки. Линейная зависимость. Определение, простейшие свойства, базис, размерность линейного пространства. Теоремы об изоморфизме линейных пространств. Теорема о сумме размерностей пересечения и суммы подпространств. Прямая сумма подпространств. Прямое дополнение. Переход к новому базису. Евклидово и унитарное пространства. Ортонормированный базис. Ортогональные подпространства.

Линейные операторы в конечномерных пространствах. Понятие линейного оператора, матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Связь строки координат образа вектора и строки координат его прообраза. Ядро и образ линейного оператора, теорема о ранге и дефекте линейного оператора. Алгебра линейных операторов, действующих в линейном пространстве. Обратимый оператор, критерий обратимости оператора.

Инвариантное подпространство линейного оператора, теорема о существовании инвариантного подпространства конечномерного линейного оператора. Корневые подпространства линейного оператора, разложение линейного пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора.

Линейные операторы в унитарных пространствах. Сопряженный оператор и его свойства. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе. Нормальные операторы, спектральные свойства нормальных операторов. Эрмитовы и унитарные операторы, спектральные свойства этих классов операторов. Спектральное разложение нормального оператора.

Билинейные и квадратичные формы. Общие сведения о билинейных и квадратичных формах. Матрицы билинейных и квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Закон инерции квадратичных форм. Определённые формы. Критерии положительной определенности квадратичной формы. Билинейные и квадратичные формы в евклидовом пространстве. Билинейный функционал в комплексном векторном пространстве.

Алгебра и теория чисел

Основные алгебраические структуры. Основные сведения о группах. Группы классов вычетов, симметрические и знакопеременные группы, группы преобразований. Циклические группы. Порядок элемента группы. Изоморфизм групп. Разложение группы по подгруппе, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, фактор-группы. Гомоморфизм групп, свойства гомоморфных отображений, основная теорема о гомоморфизме.

Кольца, идеалы колец, фактор-кольца, гомоморфизм колец. Поле, характеристика поля. Понятие алгебры.

• Математический анализ

Предел последовательности. Последовательности, их простейшие свойства. Конечный предел последовательности, единственность предела. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса. Теорема о промежуточной переменной. Предельный переход в неравенствах. Число e . Арифметические операции с пределами. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Неопределенности.

Предел функции. Конечный предел функции в точке: определения Коши, Гейне. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Теорема о промежуточной переменной. Арифметические операции с пределами, предельный переход в неравенствах. Односторонние пределы, признак Вейерштрасса. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Общее определение предела функции. Первый замечательный предел, второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Определение производной, его геометрический смысл. Уравнения касательной к нормали и нормали к кривой. Арифметические операции с производными. Производная композиции. Производная обратной функции. Теоремы о среднем значении. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их геометрический смысл. 1 и 2 теоремы Лопиталья.

Исследование функций. Монотонность функций, критерий монотонности. Необходимое и достаточные условия экстремума. Исследование функции одного аргумента на монотонность и наличие экстремумов. Исследование на экстремум функций нескольких переменных. Достаточное условие экстремума для функций двух переменных.

Приложения определенного интеграла к задачам геометрии. Вычисление площади криволинейной трапеции. Вычисление объема тела. Объем тела вращения. Вычисление длины кривой.

Числовые ряды. Числовой ряд, сумма ряда. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак.

Кратные интегралы. Замена переменных в двойном интеграле. Формула Грина.

• **Теория вероятностей и математическая статистика**

Случайные события. Частота случайного события. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Пространство элементарных исходов стохастического эксперимента. Вероятностное пространство. Алгебра событий. Схема со счётным числом возможных исходов. Аксиоматика Колмогорова. Определение условной вероятности. Теорема умножения. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса. Независимость событий. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Случайные величины. Случайные величины. События, порождённые случайными величинами. Функции от случайных величин. Дискретные случайные величины. Распределения биномиальное, геометрическое, Пуассона. Непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность распределения случайной величины и ее свойства. Основные непрерывные распределения: равномерное, показательное, нормальное. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства, примеры.

Зависимость случайных величин. Числовые характеристики меры связи случайных величин. Коэффициент корреляции двух случайных величин и его свойства.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее следствия. Усиленный закон больших чисел. Теорема Бореля.

Основные понятия математической статистики. Точечные и интервальные оценки неизвестных параметров. Доверительные интервалы для математического ожидания нормального распределения.

Метод максимального правдоподобия. ММП-оценки неизвестных параметров биномиального, пуассоновского, нормального и показательного распределений.

Уравнение линейной регрессии. Основные распределения математической статистики. Общая линейная модель и метод наименьших квадратов. Общая линейная модель и случай нормальной выборки. Точные методы построения доверительных интервалов.

Проверка статистических гипотез. Критерий хи-квадрат.

Основные понятия теории случайных процессов. Числовые характеристики случайных векторов. Гауссовские случайные векторы – некоррелируемость и независимость. Интегрирование в гильбертовом пространстве. Броуновское движение.

Основные понятия теории случайных процессов. Конечномерные распределения. Случайные процессы второго порядка. Аналитические операции над случайными процессами второго порядка. Характеристический функционал случайного процесса.

Случайные элементы. Гауссовские случайные элементы – некоррелируемость и независимость. Каноническое разложение гауссовского случайного элемента. Винеровский случайный процесс. Стохастический интеграл Винера. Стационарные случайные процессы.

Положительно определенные функции. Теорема Бохнера.

• **Комплексный анализ**

Комплексные числа и действия над ними. Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Геометрическое истолкование сложения и вычитания. Понятие о модуле и аргументе. Геометрическое изображение числа, обратного данному. Геометрическое построение произведения и частного комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение корней n -ой степени из комплексного числа.

Дифференцирование функций комплексного переменного. Понятие производной функции комплексного переменного. Функция, аналитическая в области. Дифференциал. Условия Коши-Римана. Сопряжённые гармонические функции.

Интегрирование функций комплексного переменного. Интеграл по комплексному переменному. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Формула Коши. Теорема о среднем для аналитических и гармонических функций. Принцип максимума модуля.

Степенные ряды. Ряды функций. Равномерно сходящиеся ряды. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Круг сходимости. Определение радиуса сходимости (формула Коши-Адамара)

Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана. Единственность разложения в ряд Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана.

Изолированные особые точки функций. Типы изолированных точек. Устранимые точки. Полнос. Поведение функции в окрестности изолированной точки. Окрестность бесконечно удалённой точки. Разложение Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки. Поведение функции в окрестности бесконечно удалённой точки.

Вычеты и их приложения. Понятие вычета. Основная теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычета в полюсе. Вычет относительно бесконечно удалённой точки. Приложения теории вычетов к вычислению определённых интегралов

• **Дискретная математика**

Булевы функции и функции k -значной логики. Методы задания булевых функций, тождества, формулы и операции над ними. Двойственные функции. Совершенные нормальные формы. Замкнутые классы в P_2 . Классы функций, сохраняющих ноль, единицу. Класс самодвойственных функций. Класс линейных функций. Класс монотонных функций. Лемма о несамодвойственной функции. Лемма о нелинейной функции. Лемма о немонотонной функции. Полнота в P_2 . Полиномы Жегалкина. Метод сводимости к заведомо полной системе. Теорема Поста. Проверка систем функций на полноту. Предполные классы. Базис. Методы задания функций k -значной логики, тождества, формулы и операции над ними. Полные системы в P_k . Полнота системы Россера-Туркетта в P_k . Полнота системы Поста в P_k . Критерии полноты в P_k . Представимость полиномами по модулю k .

Дизъюнктивные нормальные формы. Сокращённые, тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ. Геометрический метод. Карты Карно. Код Грея. Метод Закревского. Метод Блейка. Метод построения сокращённой ДНФ из конъюнктивной нормальной формы. Метод Квайна–Мак-Класки.

Элементы теории графов. Определения и способы задания графов. Изоморфизм графов. Матрицы смежности и инцидентности. Различные типы графов. Плоские и планарные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы.

Конечные автоматы и ограниченно-детерминированные функции. Функции, преобразующие последовательности. Деревья, задающие детерминированные функции. Ограниченно-детерминированные функции, диаграммы Мура. Представление ограниченно-детерминированной функции в виде системы канонических уравнений. Операции над ограниченно-детерминированными функциями. Полнота в классе ограниченно-детерминированных функций. Определение и свойства абстрактных автоматов. Автоматы Мили и Мура.

Эквивалентные состояния автоматов. Вопросы минимизации конечных автоматов. Алгоритм Ауфенкампа-Хона минимизации полностью определенных автоматов Мили.

Машина Тьюринга, алгоритм Маркова, частично рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Операции над машинами Тьюринга. Алгоритм Маркова. Теоремы об эквивалентности марковской и тьюринговской алгоритмических систем. Операции суперпозиции и примитивной рекурсии. Операция минимизации. Класс частично-рекурсивных функций. Класс рекурсивных функций. Класс примитивно-рекурсивных функций. Теоремы об эквивалентности частично-рекурсивных и вычислимых функций. Тезис Черча.

• **Дифференциальные уравнения**

Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Поле направлений. Интегральная кривая. Непродолжаемые решения. Основные интегрируемые типы дифференциальных уравнений: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения первого порядка, уравнения в полных дифференциалах.

Постановка начальной задачи (задача Коши). Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.

Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Основные свойства решений однородных и неоднородных дифференциальных уравнений n -го порядка. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных. Теорема об общем решении для однородного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Системы дифференциальных уравнений. Теорема об общем решении системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Классификация фазовых портретов линейной автономной системы на плоскости: узел, седло, фокус.

Теория устойчивости. Определение устойчивости и асимптотической устойчивости решения по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Функции Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости.

Функциональный анализ

Метрические пространства. Аксиомы метрического пространства (МП) Множества в МП. Сходимость в МП. Сепарабельные МП. Основные принципы полных МП. Принцип сжимающих отображений Банаха. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра о категориях.

Линейные нормированные пространства. Линейные нормированные пространства (ЛНП). Аксиомы нормы. Сходимость в ЛНП. Банаховы пространства $L_p(A, \mu)$, $p \geq 1$. Банаховы пространства l_p ($p > 1$). Классификация отображений. Непрерывные ограниченные и линейные отображения.

Банаховы пространства $\tilde{L}(X, Y), (X, Y), L(X)$. Операции над отображениями. Норма отображения и ее свойства. Обратимые операторы. Непрерывно обратимые операторы и их свойства. Сопряженные пространства. Различные типы сходимости векторов и операторов. Резольвентное множество линейного оператора. Спектр линейного оператора и его классификация. Спектральный радиус.

Гильбертовы пространства. Аксиомы скалярного произведения. Предгильбертовы и гильбертовы пространства (ГП). Отношение ортогональности в предгильбертовом пространстве. Лемма Рисса. Сопряженный оператор и его свойства. Различные классы операторов в ГП и их свойства. Замкнутые операторы. Компактные множества в метрических пространствах и их свойства. Компактные операторы и их свойства. Теоремы Фредгольма. Схема исследования интегрального уравнения Фредгольма.

Уравнения с конечномерными операторами. Теорема о вырожденных ядрах.

Вариационное исчисление и методы оптимизации

Методы оптимизации. Постановка экстремальной задачи. Локальный и глобальный экстремум. Теорема Вейерштрасса о существовании точек экстремума непрерывной функции на компактном множестве. Классические теоремы о необходимых и достаточных условиях экстремума гладкой функции. Метод множителей Лагранжа.

Выпуклые множества и их свойства. Выпуклая оболочка. Отделимые множества. Выпуклые и сильно выпуклые функции. Основные свойства. Неравенство Йенсена. Критерий сильной выпуклости дифференцируемой функции. Критерий сильной выпуклости дважды непрерывно дифференцируемой функции. Выпуклая задача оптимизации.

Каноническая задача линейного программирования. Понятие крайней точки выпуклого множества. Критерий крайней точки. Базис. Вырожденная крайняя точка. Двойственная задача линейного программирования.

Численные алгоритмы решения экстремальных задач. Минимизирующая последовательность. Унимодальные функции.

Вариационное исчисление. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Понятия слабого и сильного экстремума. Первая вариация по Лагранжу. Уравнение Эйлера – необходимое условие экстремума в простейшей задаче. Задача Больца. Условия трансверсальности.

Уравнения математической физики

Вывод основных уравнений. Классификация линейных уравнений 2-го порядка. Уравнение колебания струны. Метод Даламбера. Неоднородное уравнение. Задача Гурса. Метод Римана. Волновое уравнение в пространстве. Уравнение распространения тепла. Метод интегрального преобразования Фурье. Уравнение Лапласа и Пуассона. Свойства гармонических функций. Метод функций Грина решения краевых задач.

Задача Дирихле для шара, круга. Задача Дирихле и Неймана для полупространства. Свойства потенциала простого слоя. Свойства потенциала двойного слоя. Ньютоновский потенциал.

Метод Фредгольма. Применение теории Фредгольма к решению задач Дирихле и Неймана. Обобщенное решение волнового уравнения.

Численные методы

Аппроксимация функций. Постановка задачи приближения функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционный многочлен Ньютона. Оценка остаточного члена интерполяционного многочлена. Оптимальный выбор узлов интерполирования. Сходимость интерполяционного процесса. Сплайн-аппроксимация функций. Линейный интерполяционный сплайн.

Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы (формулы центральных прямоугольников, трапеций). Формула Рунге приближенной оценки погрешности. Вычисление определенного интеграла с заданной точностью. Квадратурные формулы интерполяционного типа.

Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Стратегия выбора главного элемента. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений, число обусловленности. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений.

Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Формула Эйлера. Геометрическая интерпретация формулы Эйлера. Контроль погрешности на шаге интегрирования.

Литература для подготовки

1. Постников, М. М. Аналитическая геометрия: учебное пособие / М. М. Постников. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-0889-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210347>
2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия: учебное пособие / И. И. Привалов. — 38-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-0518-. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: .
3. Цубербиллер, О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. — 35-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 336 с. — ISBN 978-5-507-48060-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/339779>
4. Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии: учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 304 с. — ISBN 5-9221-0442-X. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154011>
5. Павлов, Е. А. Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов / Е. А. Павлов, О. И. Рудницкий. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 76 с. — ISBN 978-5-8114-9493-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195518>
6. Шилин, И. А. Линейная алгебра с приложениями: учебное пособие для вузов / И. А. Шилин. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 248 с. — ISBN 978-5-8114-6513-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159508>
7. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-6776-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/152434>
8. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра: учебное пособие / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 150 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12504-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/475506>
9. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Г. А. Сикорская. — Оренбург: ОГУ, 2017. — 303 с. — ISBN 978-5-7410-1975-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/110642>
10. Султанов, С. Р. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / С. Р. Султанов. — Рязань: РГРТУ, 2017 — Часть 2 — 2017. — 39 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168159>
11. Черемисина, М. И. Избранные вопросы алгебры и теории чисел. Матрицы. Определители: учебное пособие / М. И. Черемисина. — Оренбург: ОГПУ, 2019.

- 64 с. — ISBN 978-5-85859-688-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130554>
12. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / П. С. Александров. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 512 с. — ISBN 978-5-507-47185-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/339014>
13. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019 — Том 1 — 2019. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-5841-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/147144>
14. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Том 2 — 2019. — 800 с. — ISBN 978-5-8114-4866-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126708>
15. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Том 3 — 2019. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-3995-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113950>
16. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие / Б. П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126716>
17. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие / Г. Н. Берман. — 9-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 492 с. — ISBN 978-5-8114-4862-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126705>
18. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — URL: <https://urait.ru/bcode/510436>
19. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — URL: <https://urait.ru/bcode/510437>
20. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517540>
21. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач: учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и допол.

- Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8599-3. — URL : <https://urait.ru/bcode/513227>
22. Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 332 с. — ISBN 978-5-8114-3984-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113941>
23. Далингер, В. А. Комплексный анализ: учебное пособие для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 143 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08399-6. — URL : <https://urait.ru/bcode/514870>
24. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник для вузов / И. И. Привалов. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 402 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14313-3. — URL: <https://urait.ru/bcode/512097>
25. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной: учебник / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов; под редакцией В. А. Ильина. — 6-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 336 с. — ISBN 978-5-9221-0133-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/48167>
26. Гисин, В. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 383 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00228-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450129>
27. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник: для вузов / И. И. Баврин. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 193 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07065-1. — URL: <https://urait.ru/bcode/511261>
28. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. — Москва: Логос, 2019. — 384 с. — ISBN 978-5-98704-465-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126125>
29. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-4099-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115196>
30. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/96873>
31. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа: учебное пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — 7-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 572 с. — ISBN 978-5-9221-0266-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2206>

32. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-0976-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210290>
33. Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. — 4-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с. — ISBN 978-5-9221-0804-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59471>
34. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 240 с. — ISBN 5-9221-0271-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2342>
35. Деменков, Н. П. Оптимальное управление в классическом вариационном исчислении: учебное пособие / Н. П. Деменков. — Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 136 с. — ISBN 978-5-7038-4714-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/103508>
36. Крутиков, В. Н. Задачи по оптимизации: теория, примеры и задачи: учебное пособие / В. Н. Крутиков, Е. С. Чернова. — Кемерово: КемГУ, 2018. — 112 с. — ISBN 978-5-8353-2397-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/134330>
37. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации: учебное пособие / В. Н. Крутиков, В. В. Мишечкин. — 2-е изд., доп и перераб. — Кемерово: КемГУ, 2019. — 106 с. — ISBN 978-5-8353-2437-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/135233>
38. Довжик, Т. В. Уравнения математической физики: учебное пособие / Т. В. Довжик. — Рязань: РГРТУ, 2017. — 64 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168332>
39. Янов, С. И. Уравнения математической физики: учебно-методическое пособие / С. И. Янов. — Барнаул: АлтГПУ, 2019. — 81 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/139183>
40. Уравнения математической физики: теория и практика: учебное пособие // составители В. Г. Абдрахманов, Г. Т. Булгакова. — 2-е изд., стер. — Москва: ФЛИНТА, 2019. — 338 с. — ISBN 978-5-9765-1988-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/122548>
41. Олегин, И. П. Введение в численные методы: учебное пособие / И. П. Олегин, Д. А. Красноручский. — Новосибирск: НГТУ, 2018. — 115 с. — ISBN 978-5-7782-3632-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/118322>
42. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы: учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов. — Казань: КНИТУ, 2018. — 92 с. — ISBN 978-5-7882-2427-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/138451>