

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского»**

**"Утверждаю"**

Проректор по учебной и  
методической деятельности

  
" 30 " 2016 года  
**В.О. Курьянов**



**ПРОГРАММА**

**вступительного испытания для поступления на обучение по программе**  
**высшего образования – программе магистратуры**  
**направления подготовки 01.04.04 Прикладная математика**

**Симферополь 2016 г.**

## **Разработчики программы:**

1. Чехов В.Н., доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой прикладной математики факультета математики и информатики Таврической академии (структурное подразделение) ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского».
2. Демченко Н.Х., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики факультета математики и информатики Таврической академии (структурное подразделение) ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского».
3. Гончарова О.Н., доктор педагогических наук, профессор кафедры прикладной математики факультета математики и информатики Таврической академии (структурное подразделение) ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского».
4. Старков П.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа факультета математики и информатики Таврической академии (структурное подразделение) ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского».
5. Руденко Л.И., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики факультета математики и информатики Таврической академии (структурное подразделение) ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского».

Утверждено решением Ученого Совета факультета математики и информатики от 05 октября 2016 года, протокол № 3.

## 1. Пояснительная записка

Программа вступительных испытаний по математике для поступления на обучение по программе высшего образования – программе магистратуры направления подготовки 01.04.04 Прикладная математика, составлена на основании Порядка приема на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 14.10.2015 № 1147, с изменениями, утвержденными приказом Министерства образования и науки РФ от 29.06.2016 № 921, Правил приема по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры в ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского» на 2017-2018 учебный год, утвержденных приказом ректора университета от 30.09.2016 № 914, Приказ Минобрнауки России от 12.03.2015 N208 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика (уровень бакалавриата)".

Форма проведения вступительного испытания – междисциплинарный экзамен в форме компьютерного тестирования.

Результаты вступительного испытания оцениваются по 100-балльной шкале.

Целью вступительного испытания является выявление знаний и умений абитуриента по основным дисциплинам направления подготовки 01.03.04 Прикладная математика.

Задачи компьютерного тестирования заключаются в том, чтобы оценить знания и умения абитуриентов.

## 2. Содержание программы

### Алгебра и геометрия

**Комплексные числа.** Определение, операции, представление в тригонометрической форме. Теорема Муавра. Извлечение корня  $n$ -степени из комплексного числа. Теорема о единственности поля комплексных чисел.

**Определители.** Определение определителя  $n$ -го порядка и его свойства. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема о вычислении определителя. Теорема Лапласа. Правило Крамера.

**Системы линейных уравнений.**  $n$ -мерное векторное пространство. Линейная зависимость векторов и ее свойства. Базис и размерность подпространства.

Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.

Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений.

**Алгебра матриц.** Операции над матрицами. Теорема об умножении определителей. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.

**Полиномы.** Определение полинома и действия над полиномами. Теорема о делении с остатком. Делимость полиномов. Алгоритм Евклида. Корни полиномов. Основная теорема высшей алгебры.

**Прямая и плоскость в пространстве.** Общее уравнение плоскости, полуплоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

**Кривые 2-го порядка на плоскости, поверхности 2-го порядка в пространстве.** Эллипс и его каноническое уравнение. Эллипс как сжатая окружность. Параметрические уравнения эллипса.

Гипербола и ее каноническое уравнение. Асимптоты равнобочной гиперболы. Уравнение гиперболы, отнесенное к асимптотам.

Парабола. Фокальные свойства кривых 2-го порядка. Общее уравнение кривой второго порядка, инварианты кривых второго порядка.

### **Математический анализ**

**Исследование функций.** Монотонность функций, критерий монотонности. Необходимое и достаточные условия экстремума. Исследование функции одного аргумента на монотонность и наличие экстремумов.

Исследование на экстремум функций нескольких переменных. Достаточное условие экстремума для функций двух переменных.

**Приложения определенного интеграла** к задачам геометрии. Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Формула Лейбница-Ньютона. Понятие площади плоской фигуры. Понятие длины дуги плоской линии. Вычисление площади криволинейной трапеции. Вычисление объема тела. Объем тела вращения. Вычисление длины кривой.

**Числовые ряды.** Числовой ряд, сумма ряда. Понятие сходимости числового ряда. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак. Понятие аналитической функции. Разложение аналитической функции в степенные ряды.

### **Дифференциальные уравнения**

**Дифференциальные уравнения первого порядка.** Общее и частное решения. Поле направлений. Интегральная кривая. Непродолжаемые решения. Основные интегрируемые типы дифференциальных уравнений: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и

приводящиеся к ним, линейные уравнения первого порядка, уравнения в полных дифференциалах.

Постановка начальной задачи (задача Коши). Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.

**Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.** Основные свойства решений однородных и неоднородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных. Теорема об общем решении для однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

### **Численные методы**

**Аппроксимация функций.** Постановка задачи приближения функции. Элемент наилучшего приближения в функциональном гильбертовом пространстве. Задача интерполирования функции. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Оценка погрешности интерполяционного многочлена. Оптимальный выбор узлов интерполирования. Сходимость интерполяционного процесса. Сплайн-аппроксимация функций.

**Численное дифференцирование и интегрирование.** Простейшие формулы численного дифференцирования. Простейшие квадратурные формулы (формулы центральных прямоугольников, трапеций). Квадратурные формулы интерполяционного типа.

**Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.** Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Численная устойчивость метода Гаусса и стратегия выбора главного элемента. Устойчивость решения системы линейных алгебраических уравнений, обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод простой итерации, наискорейшего градиентного спуска.

**Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.** Простейшие методы Рунге-Кутты: формула Эйлера и формулы второго порядка точности. Общая схема построения формул Рунге-Кутты произвольного порядка точности. Контроль погрешности на шаге интегрирования – правило Рунге.

### **Численные методы математической физики**

**Основные понятия метода сеток.** Разностные схемы как операторные уравнения в пространствах сеточных функций. Аппроксимация, устойчивость, сходимость разностных схем. Метод сеток решения задачи Коши для уравнения переноса. Методы построения разностных схем. Исследование устойчивости разностных схем.

## Теоретическая механика

**Кинематика материальной точки.** Кинематика точки в декартовых координатах. Кинематика точки в естественных координатах. Кинематика точки в полярных и цилиндрических координатах.

**Сложное движение точки.** Теорема сложения скоростей. Теорема Кориолиса о сложении ускорений. Второй закон Ньютона. Динамика точки в неинерциальной системе отсчета.

**Гармонические колебания.** Свободные и вынужденные колебания гармонического осциллятора. Влияние трения на свободные колебание линейного осциллятора.

**Общие теоремы динамики точки.** Теорема об импульсе материальной точки. Теорема о моменте импульса материальной точки. Теорема о кинетической энергии материальной точки. Потенциальные силы. Закон сохранения энергии. Движение материальной точки в центральном силовом поле. Задача Кеплера.

**Динамика систем материальных точек.** Внутренние и внешние силы. Третий закон Ньютона. Центр масс системы материальных точек. Момент инерции системы. Общие теоремы динамики систем материальных точек. Теорема о движении центра масс. Теорема об изменении импульса системы материальных точек. Теорема о кинетической энергии системы материальных точек.

**Динамика твердого тела.** Момент импульса твердого тела. Кинетическая энергия твердого тела. Механические системы со связями. Классификация связей. Идеальные связи. Принцип возможных перемещений. Принцип Даламбера. Общее уравнение динамики. Вывод уравнений Лагранжа из принципа Даламбера. Положение равновесия в механической системе и его устойчивость. Малые колебания в окрестности положения равновесия.

## Программирование

**Архитектура компьютеров.** Структура ЭВМ фон Неймана. Представление данных в памяти компьютера: прямой, обратный и дополнительный коды). Представление вещественных данных, точность вычислений.

**Технология программирования.** Процедурная технология программирования (алгоритмы + структуры данных = программы). Основные положения структурного программирования. Структурные операторы и структурное программирование.

**Алгоритмические структуры.** Статические и динамические структуры данных. Списки и способы их представления. Множества и способы их представления. Графы, деревья и способы их представления.

**Объектно-ориентированное программирование.** Класс объекта, объект, полиморфизм, инкапсуляция, наследование. Перегрузка и переопределение функций, виртуальные функции. Перегрузка операций, правила перегрузки операций. Параметрический полиморфизм – шаблоны функций и классов.

**Язык программирования C++.** Рекурсия. Числовые алгоритмы. Алгоритмы сортировки. Структуры данных (массивы, списки). Вычислительная сложность алгоритмов и методы ее оценки. Алгоритмы на графах (обход графов и деревьев, поиск кратчайших путей). Алгоритмы работы с множествами. Динамическое программирование

### **Операционные системы**

Операционная система, определение, назначение. Типы операционных систем. Основные процедуры в простейшем приложении Windows. Управление событиями. Сообщения. Процедура CreateWindow. Регистрация класса окна. Процедура окна. Цикл обработки сообщений. Сообщения Windows. Их использование в программировании. Ресурсы и их создание. Диалоговые окна и их создание. Чтение информации из основных элементов диалоговых окон. Управление памятью в Windows. Контекст устройства. Вывод информации в окно. Библиотеки DLL.

Основные команды работы с файловой системой UNIX. Основные понятия многозадачных ОС: программа, процесс, задача. Операционная система UNIX. Структура системы и принципы работы.

### **Компьютерные сети**

Модель взаимодействия открытых систем OSI. Уровни модели OSI. Стек протоколов. Стандартные стеки протоколов. Характеристики вычислительных систем. Технологии локальных сетей. Технология Ethernet. Модель доступа CSMA/CD. Кадры технологии Ethernet. Логическая структуризация сетей с помощью мостов и коммутаторов. Составные сети и принципы маршрутизации. Адресация в IP-сетях. Типы адресов стека TCP/IP. Классы IP-адресов. Использование масок. Отображение доменных имен на IP-адреса.

### **Системное программирование**

**Конечные автоматы и регулярные выражения.** Алфавит, строка, язык. Операции над языками. Регулярные выражения, приоритеты регулярных операторов. Алгебраические законы регулярных выражений, регулярные определения. Детерминированные конечные автоматы: определение, способы представления, чтение входной строки, язык, определяемый ДКА.

**Контекстно-свободные грамматики.** Порождение с использованием грамматики. Порождение с использованием грамматики. Дерево разбора. Преобразования КС-грамматик. Левая рекурсия и ее устранение. Левая факторизация КС-грамматики.

## **Анализ данных**

**Предварительная обработка данных.** Основные выборочные характеристики рядов распределений. Методы визуализации данных, гистограмма и полигон, диаграммы диапазонов, диаграммы рассеяния. Ошибки выборки: стандартные и предельные ошибки. Доверительный интервал для среднего. Статистические гипотезы. Статистические критерии и критические области. Проверка гипотезы о нормальном законе распределения. Проверка гипотез о среднем значении. Т-тесты и гипотезы о равенстве средних.

**Корреляционно-регрессионный анализ.** Вычисление коэффициентов множественной детерминации, парных и частных коэффициентов корреляции. Уравнение парной и множественной линейной регрессии и вычисление его параметров на основе метода наименьших квадратов. Проверка значимости параметров модели и уравнения регрессии. Корреляционный анализ атрибутивных данных. Парные ранговые коэффициенты корреляции: Коэффициенты Спирмена, Кенделла.

**Дисперсионный анализ (ANOVA).** Однофакторный дисперсионный анализ. Общая, межгрупповая и внутригрупповая (остаточная) суммы квадратов и их объяснение. Дисперсии (общая, факторная, остаточная) и оценка значимости различия между группами (влияния фактора).

**Анализ временных рядов.** Структурные компоненты временного ряда. Полиномиальные, экспоненциальные и логистические кривые роста. Тренд и уравнение тенденции. Уравнение линейного тренда и вычисление его параметров на основе метода наименьших квадратов. Прогнозирование на основе тренда.

**Кластерный анализ.** Цель кластерного анализа. Классификация на основе парных расстояний. Алгоритм агломеративной кластеризации и дендрограмма. алгоритмы дивизимной кластеризации.

## **Базы данных**

Независимость данных. Программная и аппаратная независимость. Концептуальная (инфологическая) схема как точка зрения проектировщика на информационные связи между данными.

Операции реляционной алгебры над отношениями. Необходимость в использовании баз данных при обработке информации. Реляционные СУБД-преимущества и недостатки. Язык манипулирования данными. Журнал защиты данных.

Проектирование отношений. Языки СУБД. Целостность данных и механизм ее реализации. Этапы разработки баз данных. Связи между атрибутами данных. Достоверность данных и их соответствие уровню управления. Логическая независимость данных.

Структуры данных: стек, очередь, сеть. Преобразование структуры типа «сеть» в набор отношений. Нормализация отношений. 1-4 нормальные формы, НФБК. Подсхемы пользователей. Способы отображения концептуальных схем и подсхем. Типы связей между атрибутами: один-к-



одному, один-ко-многим, многие-комногим. Три типа описания данных. Ключи первичные и вторичные.

Двумерные таблицы: строки(кортежи), столбцы (атрибуты). Таблицы и отношения.

Язык манипулирования данными SQL. Основные команды. Организация запросов. Встроенные функции.

### **Теория алгоритмов и математическая логика**

*Логика высказываний.* Общие понятия и определения. Логическое следование формул. Правила логических умозаключений. (modus ponens, modus tollens, введения конъюнкции, удаления конъюнкции, введения дизъюнкции, контрпозиции, силлогизма, перестановки посылок, объединения и разъединения посылок, расширенной контрпозиции). Исчисление высказываний. Система аксиом и теория формального вывода. Полнота и другие свойства формализованного исчисления высказываний. Логика предикатов - основные понятия и определения. Формулы логики предикатов. Формализованное исчисление предикатов.

*Теория алгоритмов.* Машина Тьюринга. Вычислимые функции. Машинные коды. Рекурсивные функции. Тезис Чёрча. Примитивно-рекурсивные функции. Общерекурсивные и частично-рекурсивные функции. Нормальные алгоритмы Маркова. Нормальные алгоритмы и их применение к словам. Эквивалентность различных алгоритмических моделей. Разрешимость и перечислимость множеств. Неразрешимые алгоритмические проблемы.

*Математическая логика и логическое программирование.* Формулы логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов. Сколемовская стандартная форма формулы логики предикатов. Правило получения сколемовской стандартной формы. Множество дизъюнктов. Теорема о множестве дизъюнктов. Эрбрановский универсум множества дизъюнктов. Семантические деревья. Теорема Эрбрана.

Метод резолюций для логики высказываний. Метод резолюций для логики предикатов. Линейная резолюция. Язык логического программирования ПРОЛОГ.